

受 験 番 号					

氏 名	

2015 (平成27) 年度放送大学
大学院修士課程
文化科学研究科 文化科学専攻

自然環境科学プログラム

筆 記 試 験 問 題

試験日：2014 (平成26) 年10月5日 (日)

試験時間：9時30分～11時30分

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. 解答には、HB又はBの黒鉛筆かシャープペンシルを使用してください。
3. 配付されるものは、問題冊子1冊及び解答用紙4枚です。追加配付はしません。
4. 試験開始の合図の後、問題冊子を確認してください。問題冊子は、表紙、白紙、問題(6頁)、下書き用紙(4枚)の順に綴じられており、合わせて12枚です。冊子を綴じているホッチキス針をはずしたり、中身を破り取ったりしてはいけません。問題冊子または解答用紙に落丁・過不足のある場合、あるいは印刷が不鮮明な場合には、手を挙げて試験監督員の指示に従ってください。
5. 問題冊子の所定欄に、受験番号及び氏名を記入してください。
6. 解答用紙は「大問題(問題冊子に第1問、第2問…と表示されています。)」ごとに使用し、解答用紙の所定欄に、プログラム名、氏名、受験番号並びに「大問題」番号及び「大問題」ごとに何枚目であるかを、解答用紙別に必ず記入してください。
7. 問題冊子及び解答用紙を持ち帰ってはいけません。
8. 問題冊子は試験終了後に回収します。問題冊子に解答を記入しても採点の対象にはなりませんので、必ず解答用紙に解答を記入してください。
9. 試験時間は2時間です。試験開始後40分を経過した後は、問題冊子及び解答用紙を試験監督員に提出した上で、退室してもかまいません。ただし、試験終了5分前以降は退室できません。

自然環境科学プログラム 筆記試験問題

以下の第1問から第5問までの問題のうち、出願時に提出した研究計画に最も近いと考えられる分野を一つだけ選び、その分野の問題にすべて解答しなさい。なお各問題の分野は、第1問は数理科学分野、第2問は宇宙・地球分野、第3問は物理分野、第4問は化学分野、第5問は生命・生態分野である。

なお解答にあたっては、下の注意事項をよく読み、その指示に従うこと。

注意事項

- (1) 解答用紙には、受験番号の右に第□問と印刷されている。この□内に、選択した問題番号（1から5）を、必ず記入すること。
- (2) 解答する問題のなかにさらに複数の小問題がある場合には、どの小問題への解答であるかを、たとえば(2a)のように、小問題の記号を使って明示すること。
- (3) 記述問題に解答の字数制限が明記されている場合は、その指示を守ること。

第1問 (数理科学分野)

以下の問 (1), (2) に答えよ。なお, 解答は結果だけを述べるのではなく, 途中の推論や計算過程も必ず述べる。解答は問 (1), (2) ごとに解答用紙1枚 (裏も使用可) に記入すること。

(1) 数列 $\{a_n\}$ は, $a_1 = a$,

$$a_{n+1} = a_n + \frac{1 - a_n}{n+1}, \quad n = 1, 2, \dots$$

で定義される。また, $0 < a < 1$ を満たすとする。このとき, 以下の問 (1a)~(1c) に答えよ。

(1a) a_n は単調増加数列であることを示せ。

(1b) $\{a_n\}$ の上限を求めよ。

(1c) 級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_{a_n}^{a_{n+1}} \frac{1}{1-x} dx$$

の収束・発散を調べよ。

(2) 実数の集合 R 上のベクトルや行列について以下考える。ベクトル a や行列 A の転置は, それぞれ ${}^t a$ や ${}^t A$ で表す。 n 次列ベクトル a と b との内積 (a, b) は ${}^t a b$ で定義される。 $(a, b) = 0$ のとき, a と b は直交するという。ベクトル a の大きさ $\|a\|$ は $\sqrt{(a, a)}$ で定義される。実正方行列 A は, ${}^t A A = A {}^t A$ をみたすとき, 正規行列とよぶ。以下で A は n 次実正規行列とし, a, b は n 次列ベクトル, λ は実数とする。また I は n 次単位行列とする。

このとき次の問 (2a)~(2e) を証明せよ。

(2a) 任意の n 次実正方行列 B について, ${}^t (B a) = {}^t a {}^t B$ 。

(2b) 任意の n 次実正方行列 B について, $(B a, b) = (a, {}^t B b)$ 。

(2c) $\|A a\| = \|{}^t A a\|$ 。

(2d) $A - \lambda I$ は正規行列である。

(2e) p が A の固有値 λ に属する固有ベクトルならば, p は ${}^t A$ の固有値 λ に属する固有ベクトルである。

第2問 (宇宙・地球分野)

(1) 天体の運動に関する次の問に答えよ。

- (1a) ニュートンの運動の第2法則とは何か、50字以内で説明せよ。ただし、その説明で「力」、「質量」、「加速度」、「ベクトル」の4つの用語を用いよ。
- (1b) 万有引力の法則とは何か、100字以内で説明せよ。ただし、その説明で「質量」、「物体間の距離」の2つの用語を用いよ。
- (1c) 半径 R の円周上を v の速さで等速円運動している物体の加速度は、どこを向いているか？ また、その加速度の大きさを R と v を用いて表せ。
- (1d) 銀河の中心のまわりを等速円運動している天体の公転の速さ v を、万有引力定数 G 、円軌道の半径 R 、銀河中心から半径 R の球内に含まれる銀河の構成物質の総質量 M を用いて表せ。ただし、銀河中心から R の距離にある天体に働く銀河の構成物質の万有引力の和は、銀河中心に質量 M のみが存在している場合に働く万有引力に等しいものとせよ。
- (1e) 天の川銀河を始め多くの大きな銀河では、銀河中心のまわりの天体の回転の速さは、銀河中心から離れても一定の値であることが観測されている。このことは、銀河中心から半径 R 以内に含まれる質量 M が R とどのような関係にあることを示しているか、(1d) の結果をもとに述べよ。これがダークマターの存在を示す観測の1つになっている。
- (1f) ビリアル定理とはどのような法則か、100字以内で説明せよ。ただし、その説明で「力のつり合い」、「物体系の内部運動による運動エネルギー」、「物体系の重力エネルギー」の3つの用語を用いよ。ただし、物体系の重力エネルギーは、物体系の物体同士が無遠慮に離れている状態でゼロとする。
- (1g) 天体のある集団全体の質量を M 、その天体の大きさを R とし、その集団の平均の速度と個々の天体の速度との差の大きさの2乗平均値を $\langle v^2 \rangle$ 、万有引力定数を G とする場合、その集団の天体の内部運動による運動エネルギーと重力エネルギーの大きさのオーダーをそれぞれ M 、 R 、 $\langle v^2 \rangle$ および万有引力定数 G を用いて表せ。また、その表式を用いてビリアル定理を等式で書け（ただし、左辺と右辺のオーダーが等しいという意味での等式とする）。さらにその等式を基に、 M を R と $\langle v^2 \rangle$ と G で表せ。銀河団の質量はこの式を用いて観測から推定され、ダークマターの存在を示す観測の1つが得られている。

(2) 地球における海洋の役割を1つ挙げ、200字以内で説明せよ。

(3) 地球の内部を推定する方法を300字以内で説明せよ。

(4) 最近5年間程度の間で、自分が実際に体験したり、テレビや新聞報道などによって興味を持った宇宙・地球に関する話題を1つ挙げ、その概要と興味を持った理由を300字以内で説明せよ。

第3問 (物理分野)

以下の問に答えよ。解答の順序は変えてもよいが、解答には該当する番号を付すこと（裏も用いてよい）。説明に必要な文字、記号などは明確に定義した上で用いること。

(1) 棒の一端をピンで固定して鉛直面内で自由に回転できるようにし、他端に物体をつけて振り子をつくる。鉛直下方からの棒の振れ角が十分小さい場合の微小振動について以下の問に答えよ。空気抵抗は無視してよい。

(1a) 棒の質量が無視できるとし、運動方程式から出発して物体の力学的エネルギーが保存される理由を説明せよ。[4～5行程度]

(1b) 物体の運動が単振動で近似できることを示し、振動周期を導き出せ。[4～5行程度]

(1c) 棒の質量が無視できない場合、設問(1a)での運動方程式をどのように修正すべきか説明せよ。[4～5行程度]

(2) ピストン付きのシリンダーに理想気体を密封する。ピストンとシリンダーはともに断熱材でできている。このとき、以下の問に答えよ。

(2a) 気体を準静的に断熱膨張させる場合、気体の温度は上がるか下がるか。熱力学第1法則にもとづいて説明せよ。[2～3行程度]

(2b) 温度変化の度合いは、気体が単原子分子からなる場合と二原子分子からなる場合とで異なる。その理由を説明せよ。[3～4行程度]

(3) 半径 a の球面上に電荷が一様に分布している。電荷の総量を Q とする。このとき、以下の問に答えよ。真空の誘電率を ϵ_0 とせよ。

(3a) 球の外部で、球の中心から距離 r の点での電位を求めよ。導出の手順も説明すること。[4～5行程度]

(3b) 球の内部の電場がゼロになる理由を説明せよ。[3～4行程度]

(4) 水素原子の成り立ちについて以下の問に答えよ。

(4a) 一定の距離を隔てた陽子と電子の間に働く万有引力の大きさはクーロン力の大きさの何倍程度か概算せよ（10の何乗程度かを答えればよい）。[3～4行程度]
ただし、以下の数値を用いてよい。

$$\cdot \text{電気素量 } e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad \cdot \text{電子の質量 } m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\cdot \text{陽子の質量 } m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\cdot \text{クーロン力の定数 } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$$

$$\cdot \text{万有引力定数 } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$$

(4b) クーロン力によって陽子に束縛された電子の運動を古典力学で扱おうと、原子が安定に存在することが説明できない。その理由を簡潔に述べよ。さらに、量子論の考え方がこの困難をどう解決したか、簡潔に述べよ。[4～5行程度]

第4問 (化学分野)

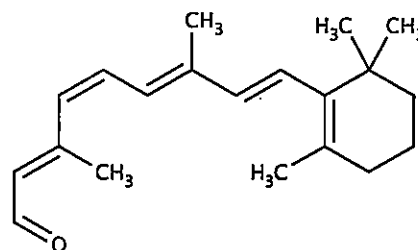
以下の問 (1), (2) に答えよ。

(1) 化学結合に関して、以下の問 (1a) ~ (1e) に答えよ。

- (1a) H_2 , N_2 , O_2 などの等核二原子分子には、電気的な偏りが生じない。このような場合には、古典的な静電引力にその結合力の起源を求めることができず、量子力学によって初めてその理解が可能となる。このような結合を何結合と呼ぶか。
- (1b) 問 (1a) のタイプの化学結合の場合、取りうる結合の数は元素によって固有の数となる。この数を何と呼ぶか。
- (1c) フッ素原子の電子配置は $(1s)^2(2s)^2(2p)^5$ である。これにならって、炭素原子の電子配置を記し、価電子数を答えよ。
- (1d) 炭素は問 (1a) のタイプの化学結合を形成する典型的な元素である。量子力学の成立前に G. Lewis によって提唱されたオクテット則によれば、炭素原子の取りうる結合の数は、価電子数の観点から説明することができる。その内容を述べよ。
[200 字以内]
- (1e) オクテット則の論拠はあるグループの元素の電子構造の安定性に求められる。そのグループの総称を答えよ。

(2) 視覚を担うレチナール分子の構造と光吸収について、以下の問 (2a) ~ (2c) に答えよ。

- (2a) 各元素が取りうる結合の本数が決まっているとすると、化学構造式の表記を簡略化することができる。レチナールのような有機化合物は一般に、問 (1) で議論したタイプの結合からなっており、その構造は一部の水素原子を省略した形で示されることが多い (右図)。図をもとにして、レチナールの組成式を答えよ。



- (2b) 二重結合と単結合が交互に連なる部分構造を共役系と呼ぶ。二重結合を構成する π 結合に関与する π 電子は、共役系全体に非局在化していて、一次元の箱の中の粒子として扱うことができる。上記の構造式を見ると、レチナールの共役系は 12 個の原子からなり 6 つの二重結合を含んでいる。 π 電子の数を答えよ。
- (2c) 一次元の箱の中の粒子のエネルギー準位は箱の長さを L として

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

で与えられる。共役系における平均原子間距離を 140 pm であるとして、レチナールの最低励起に対応する光の波長を求めよ。ただし、電子質量 $m=9.1 \times 10^{-31}$ kg, プランク定数 $h = 6.63 \times 10^{-34}$ kg \cdot m²/s, 光速 $c = 3.00 \times 10^8$ m/s として計算せよ。

第5問 (生命・生態分野)

以下の問(1), (2)の全ての質問に解答せよ。解答には該当する問題の番号(1a)～(2c)を付すこと。

(1) 生殖に関する以下の問(1a)～(1c)に答えよ。

- (1a) 有性生殖の特徴について、無性生殖と比較しつつ、300字程度で説明せよ。
- (1b) 雌雄異体(雄と雌が別々の個体)の生物において、各個体の性はどのように決まるか。遺伝的な要因で決まる生物と、環境要因で決まる生物について、合わせて200字程度で説明せよ。
- (1c) 種子植物では、様々な送粉様式が知られている。そのうちの風媒、虫媒の2つについて、各々がどのような方法であるかを、送粉に関わる植物の器官や構造などの特徴を示しながら合わせて200字程度で説明せよ。

(2) 生物が受ける環境ストレスに関する以下の問(2a)～(2c)に答えよ。

- (2a) 乾燥地に分布する植物は、どのような形態および生理的な特徴を持つか、200字程度で説明せよ。
- (2b) 陸上で生活する動物は、陸上の環境に適応した様々な特徴を持っている。これらの特徴はどのようなものであるか、200字程度で説明せよ。
- (2c) 酸素ガス(O_2)の一部は生物の体内で化学的な反応を経て活性酸素となり、細胞のDNAなどに損傷を与えることが知られている。活性酸素によってDNAはどのような損傷を受けるのか、その損傷を細胞はどのようにして修復するのか、そして、活性酸素自体を細胞はどのように除去するのか。この3点について合わせて200字程度で説明せよ。