

受 験 番 号						氏 名	

2020年度
放送大学大学院修士課程
文化科学研究科 文化科学専攻
自然環境科学プログラム
筆記試験問題

試験日：2019年10月5日（土）

試験時間：9時30分～11時30分

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この試験問題冊子は開かないでください。
2. 解答には、黒鉛筆かシャープペンシルを使用してください。
3. 配付されるものは、「試験問題冊子1冊」、「解答用紙5枚」及び「下書き用紙5枚」です。追加配付はしません。
4. 試験開始の合図の後、試験問題冊子を確認してください。試験問題冊子は、表紙、白紙、問題（12ページ）の順に綴じられています。試験問題冊子、解答用紙及び下書き用紙に落丁・過不足のある場合、あるいは印刷が不鮮明な場合には、手を挙げて試験監督員の指示に従ってください。
5. 試験問題冊子の所定欄に、受験番号及び氏名を記入してください。
6. 解答用紙は、「大問題（試験問題冊子に第1問、第2問…と表示されています。）」ごとに使用し、解答用紙の所定欄に、プログラム名、氏名、受験番号並びに「大問題」番号及び「大問題」ごとに何枚目であるかを、解答用紙別に必ず記入してください。
小問題及び選択問題を解答する際の番号等は、解答用紙のマス目の左側の「小問題番号等記入スペース」に記入してください。
なお、問題文中に別途記入方法の指示がある場合はそちらに従ってください。
7. 解答用紙1枚につき、800字まで記入することができます。解答用紙5枚のうち、自然環境科学プログラムは5枚以内で解答してください。指定された字数に従って解答してください。
8. 試験問題冊子、解答用紙及び下書き用紙を綴じているホチキス針をはずしたり、中身を破り取ったりしてはいけません。
9. 試験問題冊子、解答用紙及び下書き用紙は試験終了後に回収します。試験問題冊子及び下書き用紙に解答を記入しても採点の対象にはなりませんので、必ず解答用紙に解答を記入してください。
10. 試験時間は2時間です。試験開始後40分を経過した後は、試験問題冊子、解答用紙及び下書き用紙を試験監督員に提出した上で、退室してもかまいません。ただし、試験終了5分前以降は退室できません。

自然環境科学プログラム 筆記試験問題

以下の第 1 問から第 6 問までの問題のうち、出願時に提出した研究計画に最も近いと考えられる分野を一つだけ選び、その分野の問題にすべて解答しなさい。なお各問題の分野は、第 1 問は数理科学分野、第 2 問は天文学分野、第 3 問は物理分野、第 4 問は化学分野、第 5 問は生命・生態分野、第 6 問は地球科学分野である。

なお解答にあたっては、下の注意事項をよく読み、その指示に従うこと。

注意事項

- (1) 解答用紙には、受験番号の下に第□問と印刷されている。この□内に、選択した問題番号（1 から 6）を、必ず記入すること。
- (2) 解答する問題のなかにさらに複数の小問題がある場合には、どの小問題への解答であるかを、たとえば (2a) のように、小問題の記号を使って明示すること。
- (3) 記述問題に解答の字数制限が明記されている場合は、その指示を守ること。

第1問 (数理科学分野)

以下の問 (1), (2) に答えよ。なお、解答は結果だけを述べるのではなく、途中の推論や計算過程も必ず述べること。解答は問 (1), (2) ごとに解答用紙1枚 (裏も使用可) に記入すること。

(1) 実数の範囲で、関数 $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ を考え、

$$I_n = \int x^n f(x) dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

と定義する。このとき、以下の問 (1a)~(1d) に答えよ。ただし、ここでは積分定数は省略する。

(1a) 極限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$, および関数

$$xf(x) + \log(f(x) + x)$$

の導関数を求めよ。

(1b) I_0 および I_1 を求めよ。

(1c) $n \geq 2$ に対して、

$$I_n = \frac{x^{n-1}}{n+2} f(x)^3 - \frac{n-1}{n+2} I_{n-2}$$

が成り立つことを証明せよ。

(1d) I_5 を求めよ。

(2) 実数の集合 R 上の n 次数ベクトル空間 R^n について考える。以下で行列といったときは、 n 次 (実) 正方行列とする。行列 A の転置行列を tA で表す。従って ${}^t({}^tA) = A$ や ${}^t(AB) = B{}^tA$ が成り立つ。 A が直交行列とは、 ${}^tAA = A{}^tA = I$ を満たすときをいう。ここで I は n 次単位行列である。

行列 A と直交行列 U において、 ${}^tUAU = D$ が対角行列 (すなわち対角成分以外の成分が0の行列) になるものとする。このとき、以下の問 (2a)~(2d) に答えよ。

(2a) n 次正方行列 X, Y, Z において、 ${}^t(XYZ) = {}^tZ{}^tY{}^tX$ が成り立つことを証明せよ。

(2b) $A{}^tA = {}^tAA$ を証明せよ。

(2c) A がさらに直交行列のとき、 D の任意の対角成分 d は $d^2 = 1$ を満たすことを証明せよ。

(2d) D の任意の対角成分 d が $d^2 = 1$ を満たすとき、 A は直交行列となることを証明せよ。

以上

第2問（天文学分野）

(1) ヨハネス・ケプラー（1571 - 1630）は太陽系の惑星の運動の観測データを解析し、ケプラーの法則と呼ばれる三つの法則を導き出した。ケプラーの法則について、以下の問いに答えよ。

(1a) ケプラーの第一法則を説明せよ。

(1b) ケプラーの第二法則は面積速度一定の法則とも呼ばれる。この法則の物理的意味を説明せよ。

(1c) ケプラーの第三法則は、惑星の公転周期 T の2乗が軌道長半径 a の3乗に比例することである。したがって、比例定数を k とすると

$$T^2 = k a^3$$

で表すことができる。惑星の公転運動を考察することで、比例定数 k を求めよ。

(2) 円盤銀河の回転について、以下の問いに答えよ。

円盤銀河は円盤形状を維持するために回転運動をしている。銀河系は円盤銀河の一つであるが、太陽系は約 200 km s^{-1} の回転速度で銀河系の中心の周りを回っている。銀河系も含め、さまざまな円盤銀河に対して円盤の回転の様子が測定されている。その結果、ほとんど全ての円盤銀河の回転の様子（回転曲線と呼ばれる）は図1のようになっていることがわかっている。

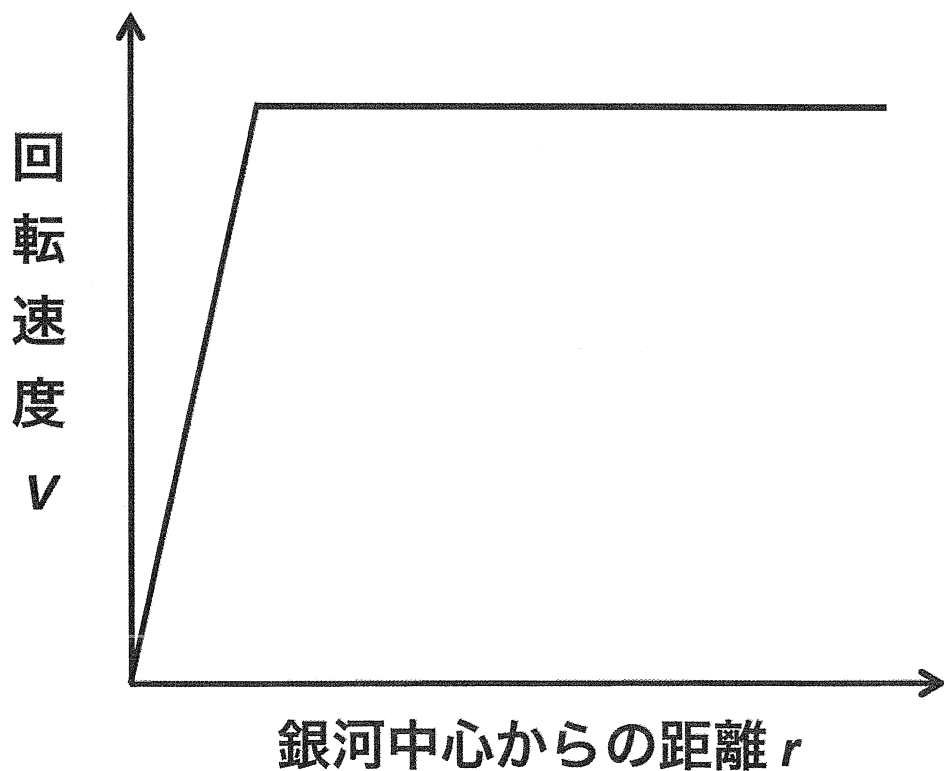


図1 円盤銀河の回転曲線

- (2a) 銀河の質量 M が銀河の中心に比較的集中している場合、円盤の回転はどのような性質を持つか説明せよ。
- (2b) 円盤の回転の様子は、図1に示したように、中心領域では銀河中心からの距離 r に比例して回転速度 v が増加していく。このような回転は何と呼ばれるか答えよ。

- (2c) 図 1 を見るとわかるように、円盤の回転速度はある半径を超えると一定の値をとるようになる。この性質はフラットな回転曲線 (**flat rotation curve**) と呼ばれている。これが実現するとき、円盤銀河の質量分布はどのようなになっていけばよいか説明せよ。
- (2d) 円盤銀河の光学写真を見ると、外側に行くにつれて暗くなっていく。これは、恒星の個数密度が円盤の外側に行くにつれて低くなっていくことを意味する。このような状況で、問(2c)で得られた円盤銀河の性質を説明する方法を考察せよ。

(3) 連星について、以下の問いに答えよ。

- (3a) 質量が m_1 と m_2 の二つの恒星（それぞれ、恒星 1 と恒星 2 とする）が連星系を成しているとする。これら二つの恒星の共通重心からの距離をそれぞれ a_1 と a_2 とする。また、二つの恒星間の距離 a は $a = a_1 + a_2$ である。このとき、以下の距離の関係を質量の関係と結びつけよ。

$$a_1 : a_2$$

$$a_1 : a$$

$$a_2 : a$$

- (3b) 連星系では恒星間に働く重力と公転運動に伴う遠心力が釣り合っている。恒星 1 と恒星 2 について、それぞれ条件式を記せ。なお、公転運動の角速度を ω とする。
- (3c) ここで公転周期 T を導入する。この T と公転運動の角速度 ω との関係を書け。
- (3d) 連星系の総質量を M とすると、 $M = m_1 + m_2$ である。 M , a , および T の関係式を導け。なお、ここで導かれた関係は“一般化されたケプラーの第三法則”と呼ばれる。

以上

第3問 (物理分野)

以下の問 (1)~(4) のすべてに答えよ。

- (1) 図1のように、滑らかな水平面上に質量 m の物体を置き、時刻 $t=0$ に初速度 v_0 を与える。物体には速度 v に比例する空気抵抗 $-bv$ (b は正の定数) が働く。このとき、物体が静止するまでに移動する距離 l は、はじめに与えた運動量の大きさに比例する。これは、ニュートンがプリンキピア(「自然哲学の数学的原理」)の中で導いた結果である。この運動について以下の問に答えよ。
- (1a) 定数 b の次元を、距離(長さ)の次元 L 、質量の次元 M 、時間の次元 T を用いて表せ。
- (1b) 物体の速度 v を時刻 t の関数として求めよ。また、横軸に t 、縦軸に v をとって $v(t)$ のグラフの概形を描け。
- (1c) 運動開始後、物体が進む距離 x を t の関数として求めよ。また、横軸に t 、縦軸に x をとって $x(t)$ のグラフの概形を描け。
- (1d) l を求め、ニュートンの結果を確かめよ。



図1

- (2) ロバート・エムデンという科学者は1938年、「私たちはなぜ冬に部屋を暖房するのか」と題する短い記事を発表した。記事の冒頭でエムデンは以下のように述べている。

私たちはなぜ冬に部屋を暖房するのか。この問いに対して科学の素人は「部屋を暖めるためだ」と答え、熱力学を知っている科学者は「部屋内で不足する内部エネルギーを補うためだ」と答えた。

この問答について考えよう。議論を簡単にして本質をつかむため、部屋内は一種類の分子からなる理想気体で満たされているとする。暖房の過程で部屋の体積 V と圧力 P は一定に保たれるが、気体分子は部屋と屋外の間を移動できるものとする。

- (2a) 理想気体の内部エネルギー U を V と P を用いて表せ。必要な物理量が不足する場合は、定義を明記したうえで用いること。
- (2b) 素人と科学者のどちらが正しいか。理由をつけて述べよ。
- (2c) 部屋を暖める過程で部屋のエントロピー S は増えるか減るか。理由をつけて述べよ。部屋内の分子数を N とするとき、 U と V を一定に保った場合の「 S の N による微分係数」が正であること、つまり $\left(\frac{\partial S}{\partial N}\right)_{U,V} > 0$ であることを説明なく用いてよい。
- (2d) 熱は部屋の「内部から外部へ」、または「外部から内部へ」のどちらの向きに流れるか。理由をつけて述べよ。このことから、熱の流れと部屋の温度上昇の関係を考察せよ。

- (3) 図2のように、半径 R_2 の中空の導体球殻の中心に半径 R_1 の導体球を置き、外側の導体球殻をアース（接地）する。この導体系について、以下の問いに答えよ。
- (3a) 中心の導体球を電荷 Q で帯電したときどのように電荷が分布するか説明せよ。
- (3b) そのときできる電場の向きを図で示し、その大きさ $E(r)$ を球の中心からの距離 r の関数として求め、図示せよ。
- (3c) この電荷分布の作る静電ポテンシャル $\phi(r)$ を球殻の中心からの距離 r の関数として求め、図示せよ。ただし、無限遠方 ($r = \infty$) で $\phi = 0$ とする。
- (3d) この電荷分布のもつ静電エネルギー U_E を求めよ。
- (3e) この二つの球対称の導体からなるコンデンサーの静電容量（電気容量）を求めよ。

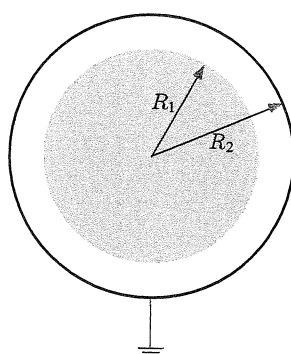


図2

- (4) 量子論誕生のきっかけとなったプランクの熱放射のエネルギー密度の公式は、

$$u(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

で与えられる。これについて以下の問いに答えよ。

- (4a) この式で ν は熱放射の振動数を表す。この式を熱放射の波長 λ を使って書き直すとどうなるか。
- (4b) この公式には c , k , h の3つの基本定数が現れる。それぞれの意味を説明せよ。
- (4c) 振動数 ν が大きいところで、この公式は既にウィーンによって求められていた公式に一致する。ウィーンの公式を求め、エネルギー密度が最大値をとるところで、この熱放射の波長が絶対温度 T に反比例し $\lambda = b/T$, $b = hc/k$ となることを示せ。
- (4d) この宇宙は波長 2 mm 辺りにピークを持つ宇宙背景放射によって満たされている。それは絶対温度に直すと何度になるか。ただし、 $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $k = 1.4 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$, $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}$ として計算せよ。

以上

第4問 (化学分野)

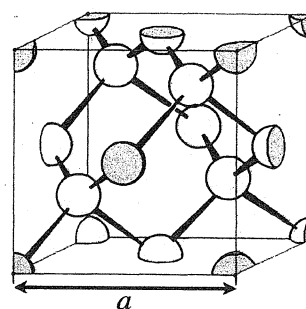
以下の問 (1) ~ (3) のすべてに答えよ。

(1) 新しいキログラムの定義に関する以下の問 (1a) ~ (1c) に答えよ。

(1a) 水素原子の線スペクトルの波長 λ の逆数は、整数 l, m を用いて一般に $\lambda^{-1} = R_{\infty} (1/l^2 - 1/m^2)$ で与えられる。式中のリュドベリ定数 R_{∞} の値を、光子エネルギー E と波長の変換式 $E = ch/\lambda$ を用いて、水素原子のエネルギー準位の一般式 $E_n = -m_e c^2 \alpha^2 / (2n^2)$ から求めよ。ここで c, h, n, m_e , および α はそれぞれ、光速、プランク定数、主量子数、電子の静止質量、および微細構造定数である。

(1b) 電子のモル質量 M_e と (1a) の結果から、アボガドロ数 N_A とプランク定数 h の積 $N_A h$ を R_{∞} を含む式で表せ (この値は実験的に十分高精度に定めることが可能)。

(1c) 新しいキログラムの定義はプランク定数 h によっているが、プランク定数の定義値は Si 単結晶の球体からアボガドロ数 N_A を精度よく測定し (1b) の関係を用いて定められた。単位格子の質量密度が巨視的な質量密度 ρ に等しいとして、アボガドロ数 N_A を格子定数 a , Si のモル質量 M , 巨視的な質量密度 ρ を用いて表せ。なお、Si 単結晶の単位格子における原子配置は図に示すものとする。



(2) 直鎖状の π 共役系における π 電子の状態は 1 次元の箱に閉じ込められた量子力学にしたがう粒子の系としてモデル化される。このモデルに関する以下の問 (2a) ~ (2c) に答えよ。

(2a) 長さ L の箱にできる定在波の波長 λ の一般式を求めよ。

(2b) 上記の波長の物質波をもつ質量 m の粒子の運動量 p をプランク定数 h を用いて表し、対応するエネルギー E を $E = p^2/2m$ から求めよ。

(2c) (2b) で求めたエネルギー表式を用いて、エチレン C_2H_4 が無色であるのに対してリコペン $C_{40}H_{56}$ が赤色を呈する理由について議論せよ。なお、リコペンの炭素原子のうち π 共役系に参加するのは 22 個の炭素原子である。

(3) 鉄板が塩酸に溶けて水素ガスを発生する反応に関する以下の問 (3a) ~ (3c) に答えよ。

(3a) この反応の反応式を書け。

(3b) (3a) の反応は酸塩基反応と酸化還元反応のいずれであるか、対応する 2 つの半反応の式を書き下し、これをもとに議論せよ。

(3c) (3b) の半反応の式の平衡定数の大小を比較せよ。

以上

第5問（生命・生態分野）

以下の問(1), (2)のすべての設問に答えよ。解答には該当する問題の番号(1a)～(2e)を付し、明確かつ簡潔に述べること。

(1) 以下の問(1a)～(1d)に答えよ。

- (1a) 生物は次世代へ遺伝情報を伝達する物質として DNA を用いる。その伝達のためには DNA を複製する必要がある。具体的にどのようにして DNA 複製が行われるか。半保存的複製の特徴がわかるように説明せよ。
- (1b) 動物の配偶子では、同じ個体に由来するものでもその遺伝情報が異なる。このように異なる遺伝情報をもつ配偶子ができる仕組みについて、染色体、減数分裂という言葉を用いて説明せよ。
- (1c) 被子植物において配偶子はどのように受精するのか。説明せよ。ただし、花粉管、柱頭、胚珠という言葉を用い、各配偶子が作られる場所も説明すること。
- (1d) 有性生殖を行う生物には、異なる種との生殖を防ぐ仕組み（隔離機構）が備わっている。どのような隔離機構が知られているか。接合前と接合後の隔離機構それぞれについて、生殖を妨げる仕組みも含めて説明せよ。

(2) 以下の問(2a)～(2e)に答えよ。

- (2a) 海洋島の在来生物が、外来種の侵入に対して特に脆弱であるのは、どのような理由によると考えられるか。説明せよ。
- (2b) 野外における生態学的現象を理解する上で、今日では、ランドスケープの視点も重要とされる。その理由を、生態学におけるランドスケープの定義と、今日における生物生息場所の一般的な状況を踏まえつつ説明せよ。
- (2c) 近年、河川における増水の頻度が減り、植生に覆われた河原が目立つようになった。このような状況は、河原に本来見られた生物群集を保全する上でどのように評価されるべきか。理由とともに説明せよ。

(2d) 潜在自然植生とは何か。説明せよ。

(2e) 2000 年に噴火した三宅島では、近年、植生の回復が進んでいる。山頂付近では草本植物群落の形成が進行し、その中で、カジイチゴ、ヒサカキ、タブノキといった木本植物の実生や稚樹が育ちつつある。この3種の木本植物が、山頂付近で他の木本植物に先駆けて発芽できた理由としてどのようなことが考えられるか。説明せよ。

以上

第6問（地球科学分野）

以下の問(1)～(10)のすべてに、それぞれ150字程度で答えよ。解答には(1)～(10)の問題番号を明記すること。

- (1) 太陽系の惑星で地球と同じ型に分類される惑星を挙げ、地球との類似点と相違点について説明せよ。
- (2) 太陽系の平均元素存在度を見積る方法について説明せよ。
- (3) 地球内部（地表面から地球中心まで）の層状構造について説明せよ。
- (4) 地球のプレートテクトニクスに関わる、沈み込み帯を経由した物質循環について説明せよ。
- (5) 部分融解とはどのような現象か説明せよ。また部分融解と玄武岩マグマ生成の関係を説明せよ。
- (6) 陸の風化と大気中の二酸化炭素量の関係について説明せよ。
- (7) 海洋の熱塩循環とは何か説明せよ。
- (8) 地球を巡る大気大循環の原動力について説明せよ。
- (9) 地球においてマグマが形成する主な場所を3か所挙げ、それぞれの場所におけるマグマの成因を説明せよ。
- (10) 地球の歴史において数千万年から数億年の間隔で繰り返し発生した現象を2つ挙げ、その概略を説明せよ。

以上