

受 験 番 号					

氏 名	

2023年度  
放送大学大学院修士課程  
文化科学研究科 文化科学専攻  
**自然環境科学プログラム**  
筆記試験問題

試験日：2022年10月1日（土）

試験時間：9時30分～11時30分

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この試験問題冊子は開かないでください。
2. 解答には、黒鉛筆かシャープペンシルを使用してください。
3. 配付されるものは、「試験問題冊子1冊」、「解答用紙5枚」及び「下書き用紙5枚」です。追加配付はしません。
4. 試験開始の合図の後、試験問題冊子を確認してください。試験問題冊子は、表紙、白紙、問題（8ページ）の順に綴じられています。試験問題冊子、解答用紙及び下書き用紙に落丁・過不足のある場合、あるいは印刷が不鮮明な場合には、手を挙げて試験監督員の指示に従ってください。
5. 試験問題冊子の所定欄に、受験番号及び氏名を記入してください。
6. 解答用紙は、「大問題（試験問題冊子に第1問、第2問…と表示されています。）」ごとに使用し、解答用紙の所定欄に、プログラム名、氏名、受験番号並びに「大問題」番号及び「大問題」ごとに何枚目であるかを、解答用紙別に必ず記入してください。  
小問題及び選択問題を解答する際の番号等は、解答用紙のマス目の左側の「小問題番号等記入スペース」に記入してください。  
なお、問題文中に別途記入方法の指示がある場合はそちらに従ってください。
7. 解答用紙1枚につき、800字まで記入することができます。解答用紙5枚のうち、自然環境科学プログラムは5枚以内で解答してください。指定された字数に従って解答してください。
8. 試験問題冊子、解答用紙及び下書き用紙を綴じているホチキス針をはずしたり、中身を破り取ったりしてはいけません。
9. 試験問題冊子、解答用紙及び下書き用紙は試験終了後に回収します。試験問題冊子及び下書き用紙に解答を記入しても採点の対象にはなりませんので、必ず解答用紙に解答を記入してください。
10. 試験時間は2時間です。試験開始後40分を経過した後は、試験問題冊子、解答用紙及び下書き用紙を試験監督員に提出した上で、退室してもかまいません。ただし、試験終了5分前以降は退室できません。

## 自然環境科学プログラム 筆記試験問題

次ページ以降に示した第1問から第6問までの問題から、出願時に提出した研究計画に最も近いと考えられる分野に対応するものを一つだけ選び、その問題に解答せよ。問題のなかに複数の小問題がある場合には、全ての小問題に解答すること。各問題の分野は、第1問は数理科学分野、第2問は天文学分野、第3問は物理学分野、第4問は化学分野、第5問は生命・生態分野、第6問は地球科学分野である。

なお解答にあたっては、下の注意事項をよく読み、その指示に従うこと。

### 注意事項

- (1) 解答用紙には、受験番号記入欄の下に「第□問」と印刷されている。この□の中に、選択した問題の番号（1から6のいずれか）を、必ず記入すること。
- (2) 解答する問題のなかにさらに複数の小問題がある場合には、どの小問題への解答であるかを、たとえば(2a)のように、小問題の記号を使って明示すること。
- (3) 記述問題に解答の字数制限が明記されている場合は、その指示を守ること。

### 第1問 (数理科学分野)

以下の問 (1), (2) に答えよ。なお, 解答は結果だけを述べるのではなく, 途中の推論や計算過程も必ず述べること。解答は問 (1), (2) ごとに解答用紙1枚 (裏も使用可) に記入すること。

- (1) 区間  $[0, \infty)$  において連続で, ある  $M > 0$  に関して,  $|f(x)| \leq Me^x, x \in [0, \infty)$  を満たす関数の集合を  $\mathcal{F}$  とする。このとき, 以下の問 (1a)~(1d) に答えよ。

(1a)  $f \in \mathcal{F}$  に対して, 広義積分  $\Phi(f) = \int_0^{\infty} e^{-2x} f(x) dx$  が存在することを証明せよ。

(1b)  $\Phi(x^2)$  および  $\Phi(\cos x)$  を求めよ。

(1c)  $f \in \mathcal{F}$  であるとき  $\int_0^x f(t) dt \in \mathcal{F}$  を証明せよ。

(1d)  $f \in \mathcal{F}$  に対して  $\Phi\left(\int_0^x f(t) dt\right)$  を  $\Phi(f)$  で表せ。

- (2)  $n$  次実正方行列について, 以下考える。 $A, B$  を  $n$  次 (実) 正方行列とする。 $A$  の転置行列を  ${}^tA$  で表す。このとき,  ${}^t(AB) = {}^tB{}^tA$  が成り立つ。 $A$  が交代行列とは,  ${}^tA = -A$  を満たすときをいう。また, 正則行列  $A$  の逆行列を  $A^{-1}$  で表す。このとき,  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$  が成り立つ。 $A$  が直交行列とは,  ${}^tAA = A{}^tA = I$  を満たすときをいう。ここで,  $I$  は  $n$  次単位行列である。

さて,  $T$  を  $n$  次直交行列とし,  $I + T$  が逆行列をもつとする。このとき, 以下の問 (2a)~(2e) に答えよ。

(2a)  $A$  が逆行列をもつとき,  ${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$  を証明せよ。

(2b)  $I - T$  と  $(I + T)^{-1}$  は行列の積演算において交換可能であることを証明せよ。

(2c)  $T{}^t(I - T) = T - I$  を証明せよ。

(2d)  ${}^t((I + T)^{-1})T^{-1} = (I + T)^{-1}$  を証明せよ。

(2e)  $S = (I - T)(I + T)^{-1}$  とするとき,  $S$  は交代行列であることを証明せよ。

以上

## 第2問 (天文学分野)

以下の問(1)～(3)のすべてに答えよ。

(1) 宇宙の性質に関する「オルバースのパラドックス」について、以下の問(1a), (1b)に答えよ。

(1a) 宇宙が無限に広く、無数の星が一様に分布していると夜空は明るく見えることになる。しかしながら、実際の夜空は暗い。この矛盾を意味するのが「オルバースのパラドックス」である。

宇宙が無限に広く、無数の星が一様に分布していると夜空が明るくなることを説明せよ。その際、必要であれば図を用いて説明してもよい。

(1b) 実際には夜空が明るくなることはない。この理由を説明せよ。

(2) 星の性質に関して、以下の問(2a)～(2d)に答えよ。

(2a) 太陽のような主系列星は中心領域でエネルギーを得ている。そのメカニズムを説明せよ。

(2b) そのメカニズムにより、どのようにして星の中心領域の温度が高くなるか説明せよ。

(2c) 主系列星は中心領域で発生した熱をどのようにして表面まで運ぶか説明せよ。

(2d) 太陽の表面温度は約6000Kである。太陽表面からどのような放射が出るか説明せよ。

(3) 太陽系の第3惑星である地球には人類のような生物がいる。このような生物が存在できる環境は「生命居住可能領域(ハビタブルゾーン)」と呼ばれる。「生命居住可能領域(ハビタブルゾーン)」に関して、問(3a)～(3c)に答えよ。

(3a) 惑星における「生命居住可能領域(ハビタブルゾーン)」の条件を述べよ。

(3b) その条件がなぜ必要か、簡潔に説明せよ。

(3c) 太陽系が属している銀河系は円盤銀河(形態としては棒渦巻銀河)である。円盤銀河の中で「生命居住可能領域(ハビタブルゾーン)」を考える場合、居住しやすい環境があるか? ある場合、その理由について簡単に説明せよ。

以上

### 第3問 (物理学分野)

以下の問(1)~(4)のすべてに答えよ。必要な物理量が与えられていない場合は、定義を明示した上で使用すること。解答には問題番号(1a)~(4d)を明記すること。

- (1) もし月の公転運動が突然止まったら、月は地球に向けて一直線に落ちてくるだろう。この現象を、万有引力で相互作用する2質点の衝突現象として解析しよう。地球と月をそれぞれ質量  $M$ ,  $m$  の質点とみなし、月の公転運動は静止した地球を中心とする半径  $a$  の等速円運動であるとする。万有引力定数を  $G$  として、以下の問(1a)~(1e)に答えよ。

- (1a) 公転運動する月の加速度の向きと大きさを示し、月の公転周期  $T$  を求めよ。  
(1b) 公転運動が止まった後、地球に向けて直線運動(落下)中の月の力学的エネルギー保存則を式で表せ。  
(1c) 地球に向けて落下中の月の速度を、地球と月の距離  $x$  の関数として表せ。  
(1d) 月が地球に衝突するまでの日数は公転周期  $T$  の  $\lambda$  倍になる。 $\lambda$  を求めよ。また、衝突までの日数を概算せよ(月の公転周期を27日とする)。積分公式

$$\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}}} = \frac{\pi}{2} a^{3/2}$$

を使ってよい(この式自体が大きなヒントである)。

- (1e) 月の質量が  $m/10$  になると、 $\lambda$  の値はどうか。

- (2) 熱機関について、以下の問(2a)~(2d)に答えよ。

- (2a) 蒸気機関は水蒸気の熱膨張を利用している。水蒸気を理想気体とみなすとき、圧力  $p$ , 体積  $V$ , 絶対温度  $T$  の間に成り立つ関係を説明せよ。  
(2b) 蒸気機関を一般化した熱機関は、高温の熱浴から熱量  $Q_1$  を取り出して一部を仕事  $W$  として取り出し、熱量  $Q_2$  を低温の熱浴に放出するサイクル運動を行う装置である。これら3つの量の間関係式を示せ。  
(2c) カルノーは、熱機関が可逆の場合に熱効率が最大になることを示した。また、その最大効率は高温熱浴と低温熱浴それぞれの温度だけで決まる。ウィリアム・トムソン(ケルビン卿)は2つの熱浴の温度比を、これら2つの熱浴間で働く熱機関の最大効率を使って定義できることを示した。その内容を説明せよ。  
(2d) クラウジウスは、可逆な熱機関の性質をもとにエントロピーを定義すると、熱力学第2法則はエントロピーの増大則として定式化できることを示した。彼の導入したエントロピーと、その増大則を説明せよ。

(3) 図1(a)のように銅製の中空円筒を鉛直に立て、円柱形の磁石をその中に落とすとゆっくり落下していく様子が観測された。この現象のモデルとして、図1(b)のように円筒を導体リングで置き換えて考える。リングを水平に固定し、円柱形の磁石をリングの中心軸に沿って鉛直に落下させる。この場合の現象について以下の問(3a)～(3d)に答えよ。ただし、磁石はN極を上側にしてまっすぐ落下するものとする。

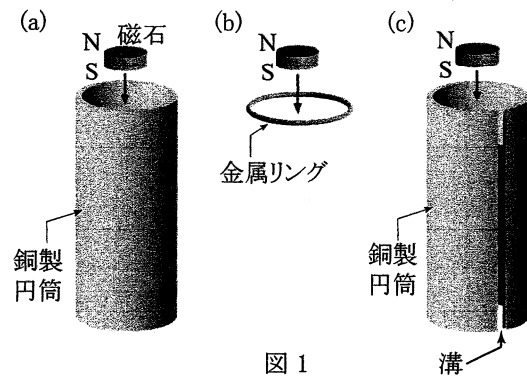


図1

- (3a) 導体リングに流れる電流の向きはどうか。磁石がリングの上側にある場合と下側にある場合に分けて図示すること。
- (3b) 導体に流れる電流によって磁石には力が働く。その向きを示せ。
- (3c) 磁石のN極とS極の上下を逆転し、N極を下側にして落下させると問(3a), (3b)の結果はどうか。
- (3d) 銅製円筒の問題に戻り、図1(c)のように円筒側面に鉛直に溝を入れる。この場合、落とした磁石の運動はどうか。図1(a)の場合と比較し、理由を含めて説明せよ。

(4)  $x$  軸に沿って、調和振動子ポテンシャル  $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$  中を運動する質量  $m$  の粒子の運動を考える。以下の問(4a)～(4d)に答えよ。 $\omega$  は固有振動数である。

(4a) 粒子の運動を古典力学で扱う場合、運動可能な区間を不等式で示せ。力学的エネルギーの値を  $E$  とせよ。

以下の問(4b)～(4d)では粒子の運動を量子力学で扱う。プランク定数を  $h$  とし、 $\hbar = h/(2\pi)$  とする。

(4b) 基底状態のエネルギー  $E_0$  が有限になる理由を説明し、その値を答えよ。

(4c) 基底状態の波動関数として正しいものを以下の①～④より一つ選び、選んだ理由を答えよ。ただし  $\xi = (\sqrt{m\omega/\hbar})x$  である。さらに、選んだ関数の概形をグラフに描け。

- ①  $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} (2\xi^2 - 1) e^{-\xi^2/2}$       ②  $\sqrt{2} \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \xi e^{-\xi^2/2}$
- ③  $\left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} e^{-\xi^2/2}$       ④  $\frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} (2\xi^3 - 3\xi) e^{-\xi^2/2}$

(4d) 粒子は古典的には許されない領域にも存在することができる。その理由を述べ、古典的に許されない領域に粒子が存在する確率を計算する手順を示せ(数値を求める必要はない)。

以上

#### 第4問 (化学分野)

以下の問(1)~(7)のすべてに答えよ。

(1) 化学で用いられる以下の語句(1a)~(1c)を説明せよ。

(1a) 周期律

(1b) 1次構造

(1c) モル分率

(2) ポーリングによれば、水素(H)、炭素(C)、酸素(O)の電気陰性度は、それぞれ2.1, 2.5, 3.5である。以下の問(2a)と(2b)に答えよ。

(2a) 水分子(H<sub>2</sub>O)を例に、極性分子がどのようなものであるかを説明せよ。

(2b) 水分子間には水素結合が生じるが、メタン分子(CH<sub>4</sub>)間には生じない。その理由を説明せよ。

(3) 波長 $\lambda$  [m]の電磁波に対応する光子のエネルギー $E$  [J]は、

$$E = h \frac{c}{\lambda}$$

で与えられる。ここで $h = 6.6 \times 10^{-34}$  [J·s]はプランク定数、 $c = 3.0 \times 10^8$  [m/s]は真空中の光速である。水素原子の出す可視光をプリズムを用いて分散させると、波長が656, 486, 434, 410 [nm]の一連の輝線(波長に対し不連続なスペクトル)が得られる。このことから水素原子のエネルギーについて何が言えるかを答えよ。また、水素原子の発光過程を水素原子のエネルギー準位図を描いて説明せよ。

(4)  ${}^6\text{C}$ と ${}^{14}\text{Si}$ は化学的性質が似ている。その理由を、電子スピンを明示した電子配置図を描いて説明せよ。

(5) ダイヤモンドとグラファイトは炭素からなる同素体である。 $sp^3$ 炭素が3次元ネットワークをなして結合したダイヤモンドは絶縁体であるのに対して、 $sp^2$ 炭素が2次元的に連なったグラフェンが層状に重なったグラファイトは電気を通す。この理由を、炭素間の結合に基づいて説明せよ。

(6) 分子式が $\text{C}_5\text{H}_{12}$ の化合物の3種の構造異性体の構造式をそれぞれ描き、化合物名を答えよ。それら3種の構造異性体の沸点はどの順に高いか、理由とともに答えよ。

(7) 半減期が8日の放射性同位体Aが1.0 gあるとして、以下の問(7a)、(7b)に答えよ。

(7a) Aは8日前に何gあったか。

(7b) Aが0.125 gになるのは何日後か。

以上

## 第5問 (生命・生態分野)

以下の問(1), (2)に答えよ。解答には問題番号(1a)~(2c)を明記すること。

(1) 以下の問(1a)~(1e)に答えよ。

(1a) 同一種と考えられる形態的に類似した生物の集団においても、個体や個体群間で細胞あたりの染色体数が異なることがある。このような違いが生じる要因と、種分化に与える影響について説明せよ。

(1b) 染色体の組み合わせの違いによって、性が決定される生物がいる。ヒトを例に、どのようにして染色体の組み合わせの違いが生じ、個体の性が決まってくるのか、配偶子形成から説明せよ。また、生殖器官や形態の性による違いが生じる仕組みについても、説明せよ。

(1c) 真核細胞の体細胞分裂では、染色体は新たに生じる娘細胞に正しく分配される。この仕組みについてDNA複製、染色体の凝縮、紡錘体という言葉を用いて説明せよ。

(1d) 動物や植物の遺伝子発現の制御において、クロマチンの構造は重要である。その構造の1つであるヘテロクロマチンに関して、その構造と遺伝子発現の制御機構について説明せよ。

(1e) 細胞の核内のDNAは他の分子とともに、ヌクレオソームという構造を形成している。このヌクレオソームの構造と機能について説明せよ。

(2) 生物多様性の重要性は、今日世界的にも広く認められており、都市部においても生物多様性を保全すべきという意見も時に聞かれるようになった。これについて以下の問(2a)~(2c)に答えよ。

(2a) 都市部で生物多様性を保全することにはどのような意義があると考えられるか。説明せよ。

(2b) 都市部で生物多様性を保全するために、実行可能なものとして、どのような方法、方策が考えられるか。説明せよ。

(2c) 最近では減少しつつあるものの、東京ではハシブトガラスの個体数が一時期大きく増え、さまざまな問題を引き起こして東京都が駆除を実施するまでに至った。ハシブトガラスが引き起こし得る生物多様性保全上の問題にはどのようなものがあるか。説明せよ。

以上



## 第6問（地球科学分野）

以下の問(1)~(10)のすべてに、それぞれ200字以内で答えよ。解答には(1)~(10)の問題番号を明記すること。

- (1) 太陽系の惑星で地球型惑星と分類される惑星について、同じグループに分類されている理由を説明せよ。
- (2) 太陽系の平均元素存在度を見積る方法について説明せよ。
- (3) 地球内部（地表面から地球中心まで）の層状構造について説明せよ。
- (4) 沈み込み帯を經由した物質循環で $H_2O$ が地表からマントルに移動するしくみについて説明せよ。
- (5) 部分融解とはどのような現象か説明せよ。また部分融解と玄武岩マグマ生成の関係を説明せよ。
- (6) 陸の風化と海洋における炭酸塩鉱物の沈殿の関係について説明せよ。
- (7) 海洋の熱塩循環とは何か説明せよ。
- (8) 地球を巡る大気大循環の原動力について説明せよ。
- (9) 日本列島で頻繁に地震が起きる理由を説明せよ。
- (10) 地球の歴史において数千万年から数億年の間隔で繰り返し発生した現象を2つ挙げ、その概略を説明せよ。

以上