受　験　番　号					

氏　　　名

2018（平成30）年度
放送大学大学院修士課程
文化科学研究科 文化科学専攻
自然環境科学プログラム
筆　記　試　験　問　題

試 験 日：2017（平成29）年10月７日（土）

試験時間：９時30分～11時30分

注意事項

1．試験開始の合図があるまで、この試験問題冊子は開かないでください。

2．解答には、黒鉛筆かシャープペンシルを使用してください。

3．配付されるものは、「試験問題冊子１冊」、「解答用紙５枚」及び「下書き用紙５枚」です。追加配付はしません。

4．試験開始の合図の後、試験問題冊子を確認してください。試験問題冊子は、表紙、白紙、**問題（９頁）**の順に綴じられています。試験問題冊子を綴じているホッチキス針をはずしたり、中身を破り取ったりしてはいけません。試験問題冊子または解答用紙に落丁・過不足のある場合、あるいは印刷が不鮮明な場合には、手を挙げて試験監督員の指示に従ってください。

5．試験問題冊子の所定欄に、受験番号及び氏名を記入してください。

6．解答用紙は、「大問題（試験問題冊子に第１問、第２問…と表示されています。）」ごとに使用し、解答用紙の所定欄に、プログラム名、氏名、受験番号並びに「大問題」番号及び「大問題」ごとに何枚目であるかを、解答用紙別に必ず記入してください。

　小問題及び選択問題を解答する際の番号及び記号の記入箇所は、解答用紙のマス目の外としてください。

7．解答用紙１枚につき、800字まで記入することができます。解答用紙５枚のうち、**自然環境科学プログラムは５枚以内**で解答してください。指定された字数を超えないよう、注意して解答してください。

8．試験問題冊子、解答用紙及び下書き用紙を持ち帰ってはいけません。

9．試験問題冊子は試験終了後に回収します。試験問題冊子に解答を記入しても採点の対象にはなりませんので、必ず解答用紙に解答を記入してください。

10．試験時間は２時間です。試験開始後40分を経過した後は、試験問題冊子及び解答用紙を試験監督員に提出した上で退室してもかまいません。ただし、試験終了５分前以降は退室できません。

自然環境科学プログラム　筆記試験問題

以下の第１問から第５問までの問題のうち，出願時に提出した研究計画に最も近いと考えられる分野を一つだけ選び，その分野の問題にすべて解答しなさい。なお各問題の分野は，第１問は数理科学分野，第２問は宇宙・地球分野，第３問は物理分野，第４問は化学分野，第５問は生命・生態分野である。

なお解答にあたっては，下の注意事項をよく読み，その指示に従うこと。

注意事項

(1) 解答用紙には，受験番号の右に第□問と印刷されている。この□内に，選択した問題番号 (１から５) を，必ず記入すること。

(2) 解答する問題のなかにさらに複数の小問題がある場合には，どの小問題への解答であるかを，たとえば (2a) のように，小問題の記号を使って明示すること。この際，記号は解答用紙のマス目の外に記入すること。

(3) 記述問題に解答の字数制限が明記されている場合は，その指示を守ること。

第１問（数理科学分野）

以下の問 (1)，(2) に答えよ。なお，解答は結果だけを述べるのではなく，途中の推論や計算過程も必ず述べること。解答は問 (1)，(2) ごとに解答用紙１枚 (裏も使用可) に記入すること。

(1) α を実数とし，$f_\alpha(x) = \dfrac{(\log x)^\alpha}{x}$, $x > 0, x \neq 1$ とする。このとき，以下の問 (1a)~(1d) に答えよ。

(1a) 関数 $f_\alpha(x)$ の導関数を求めよ。

(1b) $0 < x < 1$ における $f_{-1}(x)$ の極値を求めよ。

(1c) $\alpha > 0$ とする，このとき極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f_\alpha(x)$ を求めよ。

(1d) 極限値

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\displaystyle\int_e^t f_{-2}(x)\, dx}{\displaystyle\int_e^t f_{-1}(x)\, dx}$$

を求めよ。

(2) 実数の集合 R 上の n 次数ベクトル空間 R^n について以下考える。m 個の n 次正方行列 $A_1, A_2, \cdots, A_m$ が，

$$A_i A_j = \delta_{ij} A_i \quad (1 \le i, j \le m)$$

を満たすものとする。ここで δ_{ij} は，$i = j$ のとき $\delta_{ij} = 1$ で，$i \neq j$ のとき $\delta_{ij} = 0$ とする。また，$A = A_1 + A_2 + \cdots + A_m$ とする。このとき，次の問 (2a)~(2d) に答えよ。

(2a) $1 \le i \le m$ としたとき，$AA_i = A_i A = A_i$ を証明せよ。

(2b) $A^2 = A$ を証明せよ。

(2c) $A_{m+1} = I - A$ としたとき，$A_1, A_2, \cdots, A_m, A_{m+1}$ は

$$A_i A_j = \delta_{ij} A_i \quad (1 \le i, j \le m+1)$$

を満たすことを証明せよ。ここで I は n 次単位行列とする。

(2d) (2c) の A_{m+1} において，

$$V = \{A_{m+1}\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{x} \in R^n\}$$

とする。このとき，$\boldsymbol{y} \in V$ であることと $A\boldsymbol{y} = \boldsymbol{0}$ は同値であることを証明せよ。ここで，$\boldsymbol{0}$ は零ベクトルである。

以上

第２問（宇宙・地球分野）

以下の問 (1)〜(4) に答えよ。

(1) 恒星の性質について，以下の問 (1a)〜(1f) に答えよ。

(1a) 恒星の表面 (光球の部分) は熱平衡状態になっていると考えられるが，その理由を述べよ。

(1b) 熱平衡状態の物体から放射される熱放射は一般的に何と呼ばれるか答えよ。

(1c) いま，恒星の表面温度を T (K) とする。恒星の表面から放射される単位時間，単位面積当たりのエネルギー放射量 F を評価せよ。その際，ステファン・ボルツマン定数 σ を用いてよい。

(1d) 上記の恒星の半径を R とすると，恒星の光度 L を評価せよ。

(1e) 恒星の光度 L の，表面温度 T と半径 R に対する依存性を議論せよ。

(1f) 以上のことから，恒星に対するヘルツシュプルング・ラッセル図 (図 1) における様々な恒星の分布を，定性的且つ定量的に説明せよ。

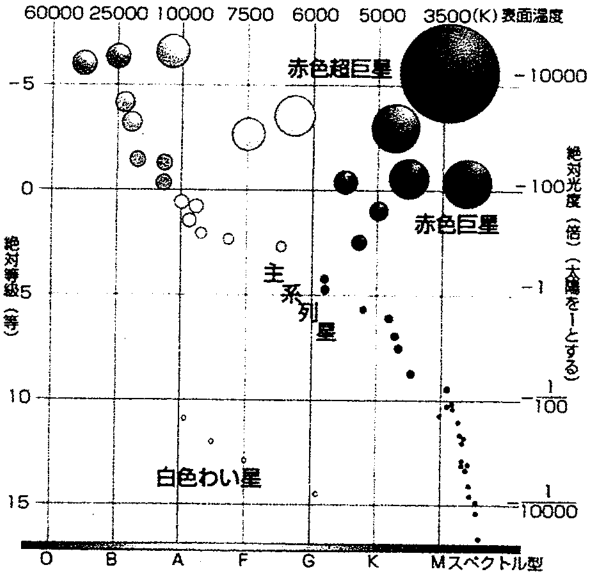

図 1：恒星に対するヘルツシュプルング・ラッセル図 (HR 図とも呼ばれる)。縦軸は恒星の絶対光度 (右の縦軸のラベルを見よ)，横軸は恒星の表面温度 (上の横軸を見よ)。

(2) 宇宙には銀河 (銀河系のような恒星系) が 1 兆個程度あると考えられている。これらの銀河は孤立しているわけではなく，宇宙の大規模構造 (銀河の集団や，逆に銀河の個数密度が低い領域) を作りながら宇宙に分布している。そのため，場所によっては銀河同士が重力的に相互作用し，ときには合体してしまう現象が起きている (図 2 参照)。図 2 に示した相互作用銀河の形態で特徴的なことは，潮汐力によってお互いの銀河から星やガスが引き剥がされることである (例えば中段右端の例を見よ)。そこで，銀河間相互作用で発生する潮汐力について考えてみることにする。簡単のため，銀河は回転 (自転) していないと仮定する。2 個の円盤状の銀河，銀河 1 と銀河 2 を考えるが，いずれも半径を r，質量を M として，以下の問 (2a)〜(2d) に答えよ。

図 2：ハッブル宇宙望遠鏡で撮影された相互作用銀河あるいは合体銀河の例

(2a) いま，図 3 のように銀河 1 と銀河 2 が距離 R 離れているとする。ここで R は r に比べて十分大きいとする。簡単のため，銀河 2 はサイズを無視することができて，質量 M の質点と扱えるとしよう。このとき，図 3 中の銀河 1 の場所，O 点 (円盤の中心)，および A 点と B 点における銀河 2 による重力を評価せよ。

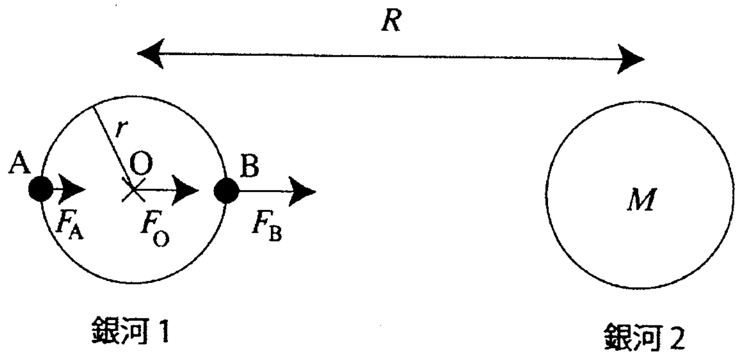

図 3：銀河 1 と銀河 2 の配置

(2b) 銀河 2 から銀河 1 に及ぼされる潮汐力は，図 4 に示したように銀河 1 円盤の中心点 O に対する重力の差として現れる。潮汐力 $F_B - F_O$ 及び $F_A - F_O$ を評価せよ。

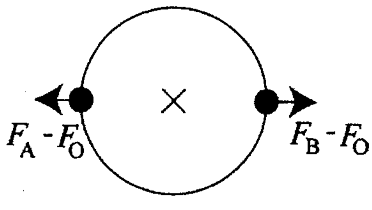

図 4：銀河 2 から銀河 1 に対して及ぼされる潮汐力

(2c) 潮汐力は銀河同士の距離 R にどのように依存するか説明せよ。

(2d) 潮汐力と重力の，銀河同士の距離 R への依存性から考察できることをまとめよ。

(3) 「地球にはなぜ海と陸があるのか」，現代の地球科学の視点から 100∼250 字で説明せよ。

(4) ある地域で，マグニチュードが M の地震が起きる頻度 n は，およそ

$$n = 10a - bM \quad (a, b\text{ は定数で，}b\text{ は 1 前後})$$

で表されることが知られている (Gutenberg-Richter の式)。この式をふまえて，我々は地震災害に対してどのような心構えで臨むべきか，あなたの考えるところを 100∼250 字で述べよ。

以上

第３問（物理分野）

以下の問 (1)〜(4) に答えよ。

(1) 図１のように，半径 R，長さ l，質量 M の円筒形の柱が，水平面からの角度 θ で傾いた斜面を滑らないでころがり落ちる。ただし，重力加速度の大きさを g とし，円筒柱の密度は一様とする。以下の問 (1a)〜(1d) に答えよ。

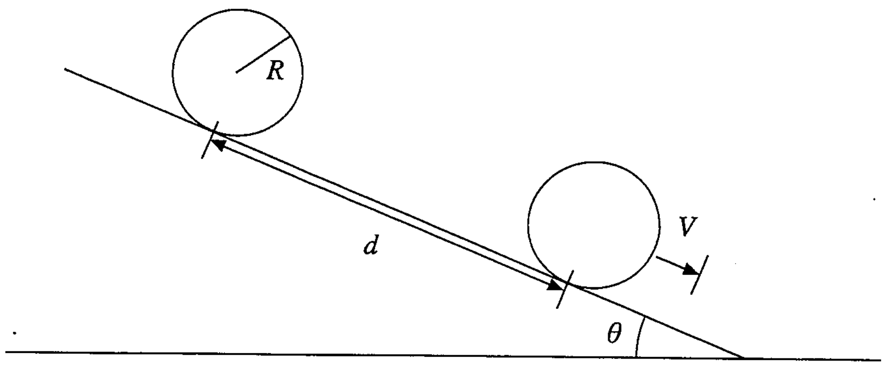

図１

(1a) この円筒柱の中心軸周りの慣性モーメント I を求めよ。

(1b) 重心運動の速度ベクトルの大きさ V と円筒の角速度 ω の関係を求めよ。

(1c) 静止した状態から斜面に沿って距離 d だけころがり落ちたとき，円筒の位置エネルギーは，円筒の斜面に沿った平進運動のエネルギー K_V と回転運動のエネルギー K_ω に変換される。それぞれの値を求めよ。

(1d) 円筒の内部を同心円筒状にくり抜いて中空にする。この円筒が同じ距離を転がり落ちたとき，その角速度は中空でない場合と比べて速くなるか，遅くなるか。理由とともに答えよ。

(2) 図２に示したように，右手座標系で $x > 0$ の領域に z 軸の正の向きの一様な磁場 B がかかっている。以下の問 (2a)〜(2d) に答えよ。ただし，重力の効果は無視してよい。

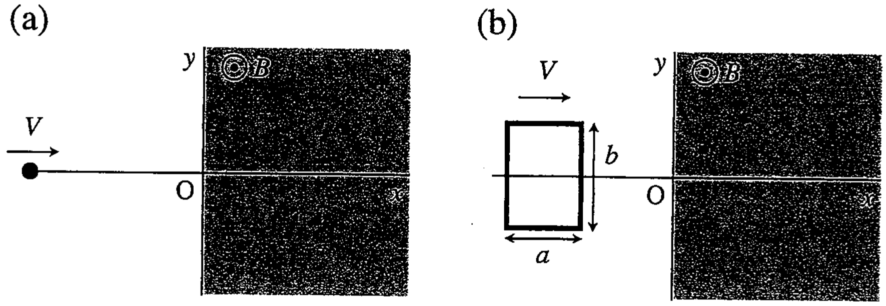

図２

(2a) 図２(a) のように，x 軸上を，x の負の領域から一定の速度 v で質量 m，正の電荷 q を持つ荷電粒子が入射する。その後，粒子は反対方向に飛び出して来た。飛び出した点の y 座標を求めよ。

(2b) 前問で，入射してから飛び出してくるまでの時間 T を求めよ。

(2c) 次に図 2(b) のように．同じ磁場の中を，xy 平面上を，x 方向に a，y 方向に b の長さをもつ長方形の導体でできた閉回路を，x 軸に沿って一定の速さ V で移動させると，一定の時間 T だけ回路に電流が流れた。この回路の抵抗値を R としたとき，回路に流れる電流 I の大きさを求めよ。また，その向きを図を描いて示せ。

(2d) このとき回路に発生するジュール熱の総量 Q を求めよ。また，回路を一定の速さ V で動かすのに必要な力の大きさと向きを求めよ。

(3) 理想気体の状態変化について，以下の問 (3a)~(3b) に答えよ。

(3a) 定圧過程における1モル当たりの比熱（定圧モル比熱）を C_P，定積過程における1モル当たりの比熱（定積モル比熱）を C_V とする。熱力学第1法則を用いて，理想気体に対して $C_P = C_V + R$ の関係（Mayer の関係式）が成り立つことを示せ。ここで R は気体定数である。式を使って導くことができない場合，なぜ C_P が C_V より大きくなるのか文章で説明せよ。

(3b) 1モルの理想気体の状態を，体積 V_0，圧力 $2P_0$ の状態 A から，体積 $2V_0$，圧力 P_0 の状態 B まで，図3のように PV 図上の直線経路に沿って準静的に変化させる。この過程で気体の絶対温度がどのように変化するか簡潔に説明せよ。また，絶対温度の最高値 $T_{\max}$ を求めよ。

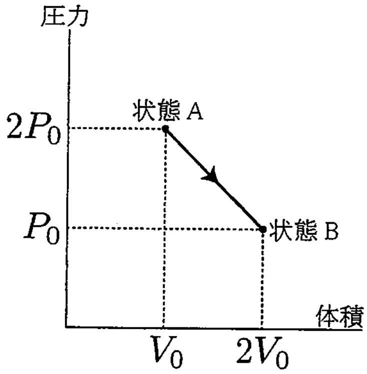

図 3

(4) C_{60} フラーレンは，炭素原子 60 個からなるサッカーボール状の構造をもつ大きな分子である。1999 年，ウィーン大学のグループは C_{60} 分子のビームを物質波として干渉させる実験に成功した。これに関連する以下の問 (4a)~(4b) に答えよ。

(4a) C_{60} 分子 1 個の質量は $m \fallingdotseq 1.2 \times 10^{-24}$ kg である。速度 $v = 200$ m/s で進む C_{60} 分子のド・ブロイ波長 λ を概算せよ。プランク定数は $h = 6.6 \times 10^{-34}$ J·s である。

(4b) 実験で用いられた 2 重スリットの幅は $d = 1.0 \times 10^{-7}$ m に相当し，スリットとスクリーンの間の距離は $L = 1.25$ m に設定された。このとき，スクリーン上で，スリットの中心線上から測った最初の明線の位置（1 次干渉縞の位置）は近似的に $x_1 \fallingdotseq L\lambda/d$ で与えられる。このことを踏まえ，大きな分子の場合，電子の場合と比べて干渉効果の検出が困難になる理由を述べよ。

以上

第４問（化学分野）

以下の問 (1) ～ (3) のすべてに答えよ。

(1) 原子に関して以下の問 (1a) ～ (1d) に答えよ。

(1a) アルゴンとカリウムの天然存在比が最も大きい同位体は ${}^{40}_{18}\mathrm{Ar}$，${}^{39}_{19}\mathrm{K}$ である。それぞれの中性原子の陽子，電子，中性子の数を答えよ。

(1b) ニホニウムは以下に示される亜鉛とビスマスの反応によって作られた。

$${}^{70}_{30}\mathrm{Zn} + {}^{A}_{Z}\mathrm{Bi} \longrightarrow {}^{278}_{113}\mathrm{Nh} + \mathrm{n}$$

ビスマスの質量数 A と陽子数 Z を答えよ。ただし，右辺の n は中性子を表す。

(1c) マーデルングの規則によれば，多電子原子の原子軌道のエネルギーは，主量子数を n，方位量子数を l として，$(n+l)$ の小さいものほど低く，$(n+l)$ が同じ場合には n が小さいものが低い。これを用いて 1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 3d, 4s, 4p 軌道をエネルギーの低い順に並べよ。

(1d) 次の原子の電子配置を書け（磁気量子数の異なる軌道は区別しなくてよい）。またどの元素どうしが化学的に似ているかを理由を付して述べよ。

(i) ${}_{5}\mathrm{B}$，(ii) ${}_{9}\mathrm{F}$，(iii) ${}_{13}\mathrm{Al}$，(iv) ${}_{17}\mathrm{Cl}$

(2) 直鎖状の π 共役系における π 電子の状態は 1 次元の箱の中の粒子としてモデル化される。1 次元の箱の中の粒子のモデルに関して以下の問 (2a)～(2c) に答えよ。

(2a) 電子の運動量の大きさが p であるとき，対応する物質波の波長 λ をプランク定数 h を用いて表せ。

(2b) 箱の中の古典粒子としての電子のエネルギーを，運動量の大きさ p を用いて表せ（電子の質量は m，箱の中のポテンシャルエネルギーは 0 とする）。

(2c) (2b) の式に (2a) の式を代入すると，箱の中の電子のエネルギーを物質波の波長を使って表すことができる。長さ L の箱にできる定在波の波長の一般式を求め，対応する電子のエネルギー表式を示せ。また，エネルギーがより離散的となるのは L がどのようなときであるか併せて答えよ。

(3) 炭化水素の燃焼に関して以下の問 (3a)～(3c) に答えよ。

(3a) メタンとプロパンが完全燃焼するとして，以下の反応式中の $a \sim f$ を決定せよ。

$$\mathrm{CH_4} + a\,\mathrm{O_2} \longrightarrow b\,\mathrm{CO_2} + c\,\mathrm{H_2O},\quad \mathrm{C_3H_8} + d\,\mathrm{O_2} \longrightarrow e\,\mathrm{CO_2} + f\,\mathrm{H_2O}$$

(3b) メタンとプロパンの 298.15 K における標準燃焼熱は，$\mathrm{CH_4}, \mathrm{C_3H_8}, \mathrm{CO_2}, \mathrm{H_2O}$ の標準生成熱からそれぞれ，890.36 および 2220.0 kJ/mol と求めることができる。このような計算の根拠を与える法則の名称を答えよ。また，この法則が成り立つのは，エンタルピーがどのような量であることによるか併せて答えよ。

(3c) メタン $\mathrm{CH_4}$ を主成分とする都市ガスよりも，プロパン $\mathrm{C_3H_8}$ を主成分とするプロパンガスの方が火力が強いと言われるのは，どういう考え方によるものか説明せよ。

以上

第５問（生命・生態分野）

以下の問 (1), (2) に答えよ。解答には該当する問題の番号 (1a)〜(2c) を付すこと。文字数は制限しない。

(1) ミトコンドリアと葉緑体に関する以下の問 (1a)〜(1f) に答えよ。

(1a) ミトコンドリアはどのような生物のどこに存在するか。

(1b) 葉緑体はどのような生物のどこに存在するか。

(1c) 生物の体内でのミトコンドリアの主な役割は何か。そして，どのような物質や代謝を利用してその役割を担っているか，説明せよ。

(1d) 生物の体内での葉緑体の主な役割は何か。そして，どのような物質や代謝を利用してその役割を担っているか，説明せよ。

(1e) ミトコンドリアや葉緑体は内部に遺伝情報を保持している。ヒトのミトコンドリアを例に，その遺伝情報の特徴と子孫への伝達様式について，細胞核内の遺伝情報と対比して説明せよ。

(1f) ヒトのミトコンドリアの遺伝情報を調べることによって，現代人の祖先はアフリカで誕生し，その後世界中に広まったことが示された。どうしてミトコンドリアの遺伝情報からこのようなことが分かるのか，説明せよ。

(2) 生物の生息地がパッチ状に存在し，生息地内の植生や地形，土壌のあり方，生息地を含む一帯の気候の条件，生息地における人間活動の状態など生物に強く影響する諸条件がパッチ間で同等である場合には，一般に，面積が大きい生息地ほどより多くの種の生物が生息する傾向が認められる。これについて以下の問 (2a)〜(2c) に答えよ。

(2a) このような傾向が見られる理由について説明せよ。その際，以下に挙げる語を必ず全て使用すること。「資源」「境界」「微小生息場所」「個体群サイズ」

(2b) 生物の生息場所がパッチ状に分布する状況の例を１つ挙げよ。

(2c) ある地域においては，複数のパッチ状生息地の間を生物が自由に移動することができるとする。この場合，パッチ状生息地の面積と，そこにおける生物種数の関係は，生息地間の移動が制約され個々のパッチ状生息地の孤立性が高い地域と比べてどのように異なるか。あるいは異ならないか。そう考える理由とともに述べよ。

以上